

2023 秋季初二数学每日一题打卡 005

005 试题来源：2022 新实 10 月月考第 26 题

(1) 阅读理解：

如图①，在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB=10$ ， $AC=6$ ，求 BC 边上的中线 AD 的取值范围. 1111aa

解决此问题可以用如下方法：延长 AD 到点 E 使 $DE=AD$ ，再连接 BE （或将 $\triangle ACD$ 绕着点 D 逆时针旋转 180° 得到 $\triangle EBD$ ），把 AB 、 AC ， $2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中，利用三角形三边的关系即可判断.

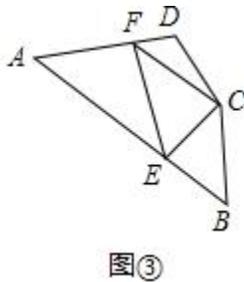
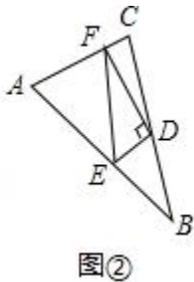
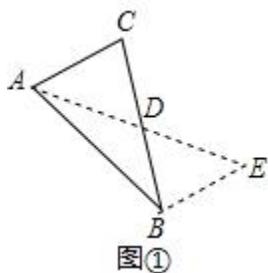
中线 AD 的取值范围是 ____；

(2) 问题解决：

如图②，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上的中点， $DE \perp DF$ 于点 D ， DE 交 AB 于点 E ， DF 交 AC 于点 F ，连接 EF ，求证： $BE + CF > EF$ ；

(3) 问题拓展：

如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ， $CB = CD$ ， $\angle BCD = 140^\circ$ ，以 C 为顶点作一个 70° 角，角的两边分别交 AB ， AD 于 E 、 F 两点，连接 EF ，探索线段 BE ， DF ， EF 之间的数量关系，并加以证明.



2023 秋季初二数学每日一题打卡 005

005 试题解析

(1) 阅读理解:

如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=10$, $AC=6$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围.

解决此问题可以用如下方法: 延长 AD 到点 E 使 $DE=AD$, 再连接 BE (或将 $\triangle ACD$ 绕着点 D 逆时针旋转 180° 得到 $\triangle EBD$), 把 AB 、 AC , $2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中, 利用三角形三边的关系即可判断.

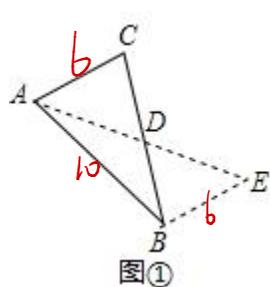
中线 AD 的取值范围是 $2 < AD < 8$

(2) 问题解决:

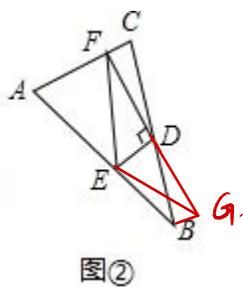
如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的中点, $DE \perp DF$ 于点 D , DE 交 AB 于点 E , DF 交 AC 于点 F , 连接 EF , 求证: $BE + CF > EF$;

(3) 问题拓展:

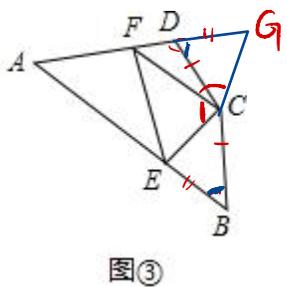
如图③, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $CB = CD$, $\angle BCD = 140^\circ$, 以 C 为顶点作一个 70° 角, 角的两边分别交 AB , AD 于 E 、 F 两点, 连接 EF , 探索线段 BE , DF , EF 之间的数量关系, 并加以证明.



图①



图②



图③

1. (2) 思路: 倍长 FD .
 同时有 $\triangle CFD \cong \triangle BGD$.
 以及 ED 垂直平分 FG .
 $\therefore EF = EG$, $FC = BG$.
 在 \triangle 中, $BE + BG > EG$.
 故 $BE + CF > EF$

2) $BE + DF = EF$.

思路: $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ 本身无用.

外角 $\angle GDC + \angle BDC = 180^\circ$ 才有用.

$\therefore \angle B = \angle GDC$. 截 $DG = BE$.

利用 $\triangle CBE \cong \triangle CDG$ (SAS).

以及 $\triangle FCE \cong \triangle FCG$ (SAS) 即可.

本质是 $\angle FCE = \frac{1}{2} \angle DCB$ 的半角模型
 的旋转方法.